

2019-2020 EĞİTİM ÖĞRETİM YILI DENEY TASARIMI I VİZE SORULARI

1. Bir araç kiralama şirketi, kiralanan araba türünün kiralama süresinin uzunluğunu etkileyip etkilemediğini araştırmak istemektedir. Belirli bir yerde bir hafta boyunca bir deney yapılıyor ve her araç türü için rastgele 10 kiralama sözleşmesi seçiliyor. Arabaların kiralama sürelerine ilişkin sonuçlar aşağıdaki tabloda verildiği gibidir.

Araba Türü	Gözlemler(gün)									
Küçük otomobil	1	3	4	5	2	7	3	1	2	4
Orta boy otomobil	4	2	3	3	7	1	2	4	2	3
Geniş otomobil	4	5	8	4	9	3	6	8	2	3

Buna göre;

- a) Araba türleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık olup olmadığını $\alpha = 0,05$ anlam düzeyinde sınavınız. (15p)
- b) Lineer bağıntılar metodunu kullanarak aşağıdaki hipotezleri sınavınız. (15p)

$$H_{01}: 2\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 = 0$$

$$H_{02}: \mu_2 - \mu_3 = 0$$

2. Bir tüketici ürünleri şirketi, reklam kampanyalarının temel bir bileşeni olarak doğrudan mail ile pazarlama aracına güvenmektedir. Şirket, yeni bir broşür için üç farklı tasarım hazırlamıştır ve üç tasarım arasındaki maliyetlerde önemli farklılıklar olduğu için hazırlanan broşürlerin etkinliğini değerlendirmek istemektedir. Şirket, müşteri tabanında bilinen bölgesel farklılıklar olduğundan ülkenin dört farklı bölgesindeki potansiyel müşterilere her bir tasarım için örnekler göndererek üç tasarımı test etmeye karar verir. Her postaya cevap olarak verilen siparişlerin sayısı aşağıdaki gibidir.

Tasarımlar	Bölge			
	Doğu	Batı	Kuzey	Güney
1. Tasarım	250	350	205	M
2. Tasarım	400	425	390	480
3. Tasarım	275	340	200	310

Buna göre,

- a) M ile ifade edilen kayıp gözlemi tahmin ediniz.(10p)
- b) Tasarımlar arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığını $\alpha = 0,05$ anlam düzeyinde sınavınız.(15p)
- c) Bölgeler arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığını $\alpha = 0,05$ anlam düzeyinde sınavınız.(15p)
- d) Bu problem için kurulacak modelde etkileşim terimi olabilir mi? Açıklayınız.(10p)
3. Bir-yönlü Varyans Analizi modeli (sabit etkili) aşağıda verilmiştir;

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij} , \quad i = 1, K , a , \quad j = 1, K , n$$

μ ve α_i parametrelerinin En Küçük Kareler tahmin edicilerini bulunuz. (20p)

Başarılar Dileriz...
Doç. Dr. Pelin KASAP
Arş. Gör. Emre Yıldırım

Deney Tasarımı I Vize Sorularının Cevapları

1) a) Matematiksel model:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \epsilon_{ij} \quad , \quad \begin{matrix} i=1,2,3 \\ j=1,\dots,10 \end{matrix}$$

Hipotez:

H_0 : Denemeler arasında anlamlı bir fark yoktur.

H_1 : En az bir deneme diğerlerinden farklıdır.

$$SS_{\text{Toplam}} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 = 138,1667$$

$$SS_{\text{Deneme}} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 = n \sum_{i=1}^a (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 = 28,06667$$

$$SS_{\text{Hata}} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2 = 110,1$$

ANOVA				
Kaynak	df	SS	MS	F
Deneme	2	28,06667	14,03333	3,44141
Hata	27	110,1	4,07777	
Genel	29	138,1667		

Karar: $F_{\text{deneme}} = 3,44141 > F_{\text{Tablo}} = F_{2;27;0,05} = 3,35$ olduğundan H_0 hipotezi reddedilir. Yani %5 anlamlı düzeyinde denemeler arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark vardır.

b) Hipotezler:

$$H_{01}: 2M_1 - M_2 - M_3 = 0$$

$$H_{02}: M_2 - M_3 = 0$$

Test istatistikleri:

$$F_{c_1} = \frac{MS_{c_1}}{MS_{Hata}} = \frac{n \left(\sum_{i=1}^a c_{1i} \bar{y}_i \right)^2 / \sum_{i=1}^a c_{1i}^2}{MS_{Hata}}$$
$$= \frac{10(3,61)/6}{4,07777} = \frac{6,016667}{4,07777} = 1,47548$$

$$F_{c_2} = \frac{MS_{c_2}}{MS_{Hata}} = \frac{n \left(\sum_{i=1}^a c_{2i} \bar{y}_i \right)^2 / \sum_{i=1}^a c_{2i}^2}{MS_{Hata}}$$
$$= \frac{10(4,41)/2}{4,07777} = \frac{22,05}{4,07777} = 5,40736$$

Karar:

i) $F_{c_1} = 1,47548 < F_{Tablo} = F_{1;27;0,05} = 4,21$ olduğundan %5 anlamlı düzeyinde H_{01} hipotezi reddedilemez.

ii) $F_{c_2} = 5,40736 > F_{Tablo} = F_{1;27;0,05} = 4,21$ olduğundan %5 anlamlı düzeyinde H_{02} hipotezi reddedilir.

2) a) Kayıp gözlemi tahmin edelim.

$$\tilde{m} = \frac{ay_i^* + by_j^* - \bar{y}_-^*}{N - a - b + 1} = \frac{3(805) + 6(790) - 3625}{12 - 3 - 4 + 1} = 325$$

Matematiksel model:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \gamma_j + \epsilon_{ij}, \quad \begin{matrix} i=1,2,3 \\ j=1,2,3,4 \end{matrix}$$

Hipotezler:

$$H_{01}: \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = 0$$

$$H_{02}: \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma_4 = 0$$

$$SS_{\text{Toplam}} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (y_{ij} - \bar{y}_-)^2 = 82891,67$$

$$SS_{\text{Deneme}} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_-)^2 = 53679,17$$

$$SS_{\text{Blok}} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_-)^2 = 24491,67$$

$$SS_{\text{Hata}} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2 = 4720,833$$

ANOVA

Kaynak	df	SS	MS	F
Deneme	2	53679,17	26839,58	28,42674
Blok	3	24491,67	8163,889	8,646661
Hata	5	4720,833	944,1667	
Genel	10	82891,67		

b) $F_{\text{Deneme}} = 28,42674 > F_{\text{Table}} = F_{2;5;0,05} = 5,79$ olduğundan H_{01} hipotezi reddedilir. Buna göre denemeler arasında %5 anlamlı düzeyinde fark vardır.

c) $F_{\text{Blok}} = 8,646661 > F_{\text{Table}} = F_{3;5;0,05} = 5,41$ olduğundan H_{02} hipotezi reddedilir. Buna göre bloklar arasında %5 anlamlı düzeyinde fark vardır.

d) Kurulacak olan modelde her gözlede bir gözlem olduğundan delayı etkileşim terimi olmaz.

3)

$$y_{ij} = \mu + a_i + \varepsilon_{ij}, \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, a \\ j = 1, \dots, n \end{array}$$

Yukarıdaki model için hata kareler toplamı S ile gösterilsin. Yani,

$$S = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n \varepsilon_{ij}^2 = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \mu - a_i)^2$$

olsun. Model parametrelerinin KKK tahmin edicileri

$$\frac{\partial S}{\partial \mu} = (-2) \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \mu - a_i) = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_i} = (-2) \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \mu - a_i) = 0$$

$$\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n y_{ij} - a \cdot n \cdot \hat{\mu} - n \underbrace{\sum_{i=1}^a a_i}_0 = 0$$

$$\hat{\mu} = \frac{1}{\underbrace{a \cdot n}_N} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n y_{ij} = \bar{y}_{..} \quad \text{///}$$

$$\sum_{j=1}^n y_{ij} - n \hat{\mu} - n \hat{a}_i = 0$$

$$n \bar{y}_{i.} - n \hat{\mu} - n \hat{a}_i = 0$$

$$\hat{a}_i = \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..} \quad \text{///}$$